



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Iran mortality rates using Lee-Carter model: Estimation and forecasting

A. Komijani, M. Koosheshi, L. Niakan*

Department of Economic Sciences, University of Tehran, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article History

Received: 22 September 2013
Revised: 27 October 2013
Accepted: 27 January 2014

ABSTRACT

Mortality forecasts are made in two ways: one is indirect forecasting through life expectancy forecasting and then converting it to age-specific death rate, and the second is direct forecasting of mortality rates. In the first approach, it is usually assumed that in the post-transition period (which is usually a level higher than 70 years for life expectancy at birth), the increase in life expectancy slows down, and as it approaches the exponential, its increase will be insignificant. In the second approach, the age-specific death rate is predicted and the life expectancy is obtained using the direct method of building the life table. As a rule, the logical and correct method of estimating or predicting life expectancy is the second approach. In addition, the indirect method has difficulties and generally larger errors. The purpose of this article is to use the second approach, and in this direction, using Iran's mortality data, the Lee-Carter model is used to predict the mortality rate. This model is based on two main elements: one is time and the other is age. The strict and important assumption of the model is the relative stability of the age-of-death pattern, and various evaluations have shown that in these conditions, the error of the Lee-Carter model is lower than any other method for directly predicting the mortality rate. In the case of Iran, the estimates show that the estimation error is insignificant, although this element is higher in some ages. Testing the hypothesis of the stability of Iran's mortality age pattern is an assumption that can be the subject of further research.

Keywords

Life expectancy; Age specific mortality rate; Lee-Carter model; Mortality prediction methods.

***Corresponding Author:**

Email: leili.niakan@yahoo.com
DOI: [10.22056/ijir.2013.04.01](https://doi.org/10.22056/ijir.2013.04.01)



مقاله علمی

برآورد و پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر در ایران با استفاده از مدل لی-کارتر

اکبر کمیجانی، مجید کوششی، لیلی نیاکان*

گروه علوم اقتصادی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده:

پیش‌بینی‌های مرگ‌ومیر از دو طریق انجام می‌شود: یکی پیش‌بینی غیرمستقیم و از طریق پیش‌بینی امید به زندگی و سپس تبدیل آن به نرخ مرگ ویژه سنی و دوم پیش‌بینی مستقیم نرخ‌های مرگ‌ومیر. در رویکرد اول معمولاً چنین تصور می‌شود که در دوره پس از گذار (که معمولاً سطحی بالاتر از ۷۰ سال برای امید به زندگی در بد و تولد است)، افزایش امید به زندگی کند می‌شود و هرچه به مجانب نزدیک شود افزایش آن ناچیز خواهد بود. در رویکرد دوم نرخ مرگ ویژه سنی پیش‌بینی و با استفاده از روش مستقیم ساختن جدول عمر، امید به زندگی به دست می‌آید. قاعده‌تاً روش منطقی و درست برآورد یا پیش‌بینی امید به زندگی رویکرد دوم است. افزون بر این، روش غیرمستقیم دشواری‌ها و عموماً خطاهای بزرگ‌تری دارد. هدف این مقاله استفاده از رویکرد دوم است و در این جهت با استفاده از داده‌های مرگ‌ومیر ایران از مدل لی-کارتر برای پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر استفاده می‌شود. این مدل بر دو عنصر اصلی مبتنی است: یکی عنصر زمان و دیگری عنصر سنی. مفروض سخت و مهم مدل، ثبات نسبی الگوی سنی مرگ است و ارزیابی های مختلف نشان داده است که در این شرایط خطای مدل لی-کارتر نسبت به هر روش دیگری برای پیش‌بینی مستقیم نرخ مرگ‌ومیر کمتر است. در مورد ایران نیز برآوردها نشان می‌دهد که خطای برآورده، مقدار ناچیزی است، هرچند این عنصر در برخی سنین بیشتر است. آزمون فرضیه ثبات الگوی سنی مرگ‌ومیر ایران، مفروضی است که می‌تواند موضوع تحقیقات بعدی باشد.

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۳۱ شهریور ۱۳۹۲

تاریخ داوری: ۱۳۹۲ آبان ۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲ بهمن ۰۷

کلمات کلیدی

امید به زندگی

نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی

مدل لی-کارتر

روش‌های پیش‌بینی مرگ‌ومیر

*نویسنده مسئول:

ایمیل: leili.niakan@yahoo.com

DOI: [10.22056/ijir.2013.04.01](https://doi.org/10.22056/ijir.2013.04.01)

پیش‌بینی‌های جمعیتی یا محاسبات بیمه‌ای جهت مطالعه و بررسی تعهدات بلندمدت سازمان تأمین اجتماعی، صندوق‌های بازنشستگی و شرکت‌های عرضه‌کننده بیمه عمر، مستلزم دسترسی به آمار و اطلاعات قابل اعتماد است. یکی از اطلاعات بسیار مهم و مؤثر در این زمینه، جدول مرگ‌ومیر مناسب است که باید منعکس‌کننده وضع کنونی و ادامه حیات جمعیت باشد. جداول مرگ‌ومیری که تاکنون برای جمعیت ایران تدوین شده، بسیار قدیمی بوده و با اشکالات روش‌شناسی و محاسباتی مواجه‌اند (زنجانی و نوراللهی، ۱۳۷۹). بهمین دلیل تاکنون سازمان‌ها و مؤسسات بیمه‌ای برای رفع نیاز خود، جداول عمر مربوط به کشورهایی را که با ساختار سنی جمعیت کشور ما مشابه داشته است، پس از انجام تغییراتی مورد استفاده قرار داده‌اند.

برای ساختن جدول عمر به نرخ‌های مرگ‌ومیر ویژه سنی^۱ (M_x) برای همه سنین X نیاز است. با انکا به نرخ‌های مرگ‌ومیر می‌توان کل عناصر جدول را به دست آورد. منحنی نرخ لحظه‌ای مرگ‌ومیر برای همه انسان‌ها از مدل یکسانی پیروی نمی‌کند. مدل سازی مرگ‌ومیر تاریخچه طولانی دارد. در این زمینه مدل‌های توسط دمویر^۲، گمپرتز^۳، میکهام^۴، پرکز^۵ و هلیگمن و پولارد^۶ پیشنهاد شده است. مدل‌های مرگ‌ومیر برای یکنواخت کردن (ارتقا^۷) و برآش نرخ‌های مرگ‌ومیر مشاهده شده به کار می‌روند.

برخلاف مدل سازی نرخ مرگ‌ومیر، پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر پیشینه کوتاه‌تری دارد. تا دو دهه قبل، روش‌های مورد استفاده برای پیش‌بینی مرگ‌ومیر نسبتاً ساده بوده و تا حدودی براساس قضاوت‌های ذهنی انجام می‌شد و تنها پس از آن بود که روش‌های پیچیده‌تر توسعه یافته و به کار گرفته شدند. لازمه پیش‌بینی مرگ‌ومیر، تصریح یک مدل پایه از داده‌ها و تصریح مدلی برای پیش‌بینی است. این مدل‌ها ممکن است مجرماً از هم بوده یا در یک چهارچوب منفرد یکپارچه شوند. سه متغیر یا عامل سن^۸، دوره^۹ (یا زمان) و گروه هم‌آغاز^{۱۰} برای طبقه‌بندی مدل پایه به صورت صفر، یک، دو یا سه عاملی به کار می‌روند (Tableau, 2001). اغلب روش‌های جدید پیش‌بینی مرگ‌ومیر از مدل‌های دو عاملی با دو عامل سن و دوره استفاده می‌کنند. انتخاب مدل پایه ارتباط نزدیکی با تعیین رویکرد و روش خاص پیش‌بینی دارد. این انتخاب به معیارهای متعددی از قبیل دسترسی‌پذیری داده‌ها، هدف پیش‌بینی و افق پیش‌بینی بستگی دارد. روش‌های جدید پیش‌بینی از برونویابی سری زمانی استفاده می‌کنند که مستلزم وجود سری‌های مفصل از داده‌هاست.

یکی از مدل‌های دو عاملی برای پیش‌بینی مرگ‌ومیر، مدل لی-کارتر^{۱۱} است (Lee and Carter, 1992). این مدل را می‌توان با استفاده از مؤلفه‌های اصلی^{۱۲} تخمین زد و با استفاده از تجزیه ماتریس^{۱۳}، مؤلفه‌های مستقل مرگ‌ومیر و همچنین الگوهای سنی و اهمیت آنها در طول زمان را شناسایی کرد. در حال حاضر روش لی-کارتر در پیش‌بینی مرگ‌ومیر، روش پیشروی است.

معرفی مدل لی-کارتر

مدل تصادفی پیشنهادشده توسط لی و کارتر^{۱۴} در میان کارشناسان بیمه و جمعیت‌شناسان شهرت یافته است که دلیل این امر عملکرد نسبتاً خوب این مدل در برآورد نرخ مرگ‌ومیر است. روش لی-کارتر به عنوان یک روش برونویابی، ترکیبی از یک مدل جمعیت‌شناسی غنی (با کمترین پارامتر) و روش‌های سری زمانی است.

¹. Age-Specific Mortality Rate

². De Moivre

³. Gompertz

⁴. Makeham

⁵. Perks

⁶. Hellingman and Pollard

⁷. Graduation

⁸. Age

⁹. Period

¹⁰. Cohort

¹¹. Lee - Carter

¹². Principal Components

¹³. Matrix Decomposition

¹⁴. Lee and Carter, 1992

اگر چه در این روش همانند سایر روش‌های برون‌بابی، اطلاعات پیرامون تأثیرات حاصل از پیشرفت‌های پزشکی، رفتاری یا اجتماعی روی نرخ مرگ‌ومیر لحاظ نمی‌شود، به چند دلیل استفاده از آن بر سایر روش‌های برون‌بابی برتری دارد. اول، بخش زیادی از تغییرات در نرخ مرگ‌ومیر کل جمعیت در کشورهای توسعه‌یافته به کمک این مدل پوشش داده می‌شود؛ دوم، پارامترهای مدل به‌سادگی قابل تفسیر هستند؛ سوم، این روش علاوه‌بر پیش‌بینی تکی (نقطه‌ای) نرخ‌های مرگ‌ومیر قادر به ارائه بازه‌های اطمینان متناظر با آنها نیز است. در متن (Deaton and Pakson, 2004)

ساختار مدل

نرخ خام مرگ‌ومیر در سن x و زمان t در یک جامعه با $m(x,t)$ نشان داده می‌شود و از طریق این رابطه محاسبه می‌گردد:

$$m(x,t) = \frac{d_{x,t}}{L_{x,t}}, \quad t = t_1, t_1+1, \dots, t_1+T-1, \quad x = x_1, x_2, \dots, x_N \quad (1)$$

که در آن، $d_{x,t}$ و $L_{x,t}$ به ترتیب بیانگر تعداد افراد فوت شده و جمعیت در معرض واقعه فوت در سن x و زمان t برای آن جامعه، t_1 نخستین

زمان و N تعداد سن یا گروه‌های سنی تحت مطالعه می‌باشد.

در عمل، نرخ مرگ‌ومیر از تقسیم تعداد متوفیات هر سن بر جمعیت میانه آن سن به‌دست می‌آید. جمعیت میانه هر سن در واقع برآورده از جمعیت در معرض مرگ است که از نتایج سرشماری‌های نفوس و مسکن به‌دست می‌آید.

ساختار مدل پیشنهادی لی-کارترا به این صورت بیان می‌شود:

$$Lnm(x,t) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t} \quad (2)$$

برابر با لگاریتم طبیعی نرخ مرگ‌ومیر مشاهده شده در سن x در سال t و a_x و b_x و k_t به ترتیب پارامترهای وابسته به سن و زمان هستند. a_x متوسط زمانی لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر در سن x است، به عبارت دیگر، $\exp(a_x)$ شکل کلی منحنی نرخ مرگ‌ومیر را نشان می‌دهد؛ مولفه k_t شاخص مرگ‌ومیر^۱ در سال t است که روند اصلی موجود در لگاریتم طبیعی نرخ مرگ‌ومیر تمامی سنین در طول زمان را نشان می‌دهد؛ و b_x بیانگر میزان تغییرات در لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر سن x به‌ازای تغییر در شاخص مرگ‌ومیر در طول زمان است. به عنوان مثال، مقدار این پارامتر برای گروه سنی نوزادان و کودکان بیشتر از گروه سنی سالمندان است. بنابراین، این دو گروه با تغییر در شاخص مرگ‌ومیر به ترتیب تحت تأثیر بیشترین و کمترین تغییر خواهند بود (Lee and Carter, 1992). مؤلفه $\varepsilon_{x,t}$ نیز برابر با مؤلفه خطای در سن x و زمان t است. براساس رابطه (2) می‌توان نوشت:

$$\frac{d}{dt} Lnm(x,t) = b_x \left(\frac{d}{dt} k_t \right) \quad (3)$$

براساس رابطه (3) اگر شاخص مرگ‌ومیر k_t در طول زمان به‌طور خطی کاهش یابد، k_t ثابت بوده و نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی با نرخ نمایی ثابت خود کاهش خواهد یافت.

عبارت خطای $\varepsilon_{x,t}$ دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس σ^2 و بیانگر بخشی از تغییرات نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی است که توسط مدل توضیح داده نمی‌شود. لی و کارترا معتقدند که پارامتر k_t عمدۀ پراکنندگی در داده‌ها را پوشش داده و در نتیجه، واریانس عبارت خطای طول زمان ثابت است (Lee, 2000).

برآریزش مدل

در مدل لی-کارترا هیچ تغییر توضیحی در سمت راست این رابطه وجود ندارد. بنابراین، مدل را نمی‌توان با استفاده از روش‌های راج رگرسیونی برآریزش کرد.

بنابراین، برای یافتن یک مجموعه جواب یکتا برای پارامترهای مدل، دو قید زیر به مدل اعمال می‌شود:

$$\sum_{t=t_1}^{t_1+T-1} k_t = 0, \quad \sum_{x=x_1}^{x_N} b_x = 1 \quad (4)$$

¹. Mortality Index

قید اول بیانگر آن است که مجموع انحرافات از روند کلی مرگومیر در بازه زمانی $[t_1, t_1+T-1]$ صفر در نظر گرفته می‌شود. قید دوم نشان می‌دهد که مجموع پاسخ‌های گروه‌های $\text{سال} \rightarrow \text{به} \rightarrow \text{پیشنهادی} \rightarrow \text{نرخ} \rightarrow \text{مشخص} \rightarrow \text{مرگومیر}$ با استفاده از مدل به‌کاره (یا هر مقدار انتخابی دیگر) خواهد بود (آل‌حسینی، ۱۳۹۱). گیروسی و کینگ^۱ در مقاله خود به جای قید دوم، از قید $\sum_{x=x_1}^{x_N} b_x^2 = 1$ استفاده کرده‌اند که مفهوم یکسانی با قید پیشنهادی لی-کارتراشت است و تغییری در برآش مدل ایجاد نمی‌کند.

چنانچه نرخ خام مرگومیر کل جمعیت در هر گروه سنی و برای کلیه سال‌های t_1 تا t_1+T-1 در اختیار باشد، برآورد حداقل مربعات خطای پارامترهای رابطه (۲) به این صورت محاسبه می‌شود:

$$Q(a_x, b_x, k_t) = \sum_{x,t} \varepsilon_{x,t}^2 = \sum_{x,t} (\ln(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t)^2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a_x} = \frac{\partial Q}{\partial b_x} = \frac{\partial Q}{\partial k_t} = 0 \quad \text{با قرار دادن}$$

$$(6) \frac{\partial Q}{\partial a_x} = -2 \sum_t (\ln(m(x,t)) - a_x - b_x k_t) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_x} = -2 \sum_t (\ln(m(x,t)) - a_x - b_x k_t) k_t = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial k_t} = -2 \sum_t (\ln(m(x,t)) - a_x - b_x k_t) b_x = 0$$

براساس رابطه (۶) و قید اول رابطه (۴) برآورد حداقل مربعات معمولی برای a_x به دست می‌آید:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=t_1}^{t_1+T-1} \ln(m(x,t)) \quad (7)$$

لی و کارتراشت تخمین حداقل مربعات معمولی پارامترهای b_x و k_t از تقریب درجه اول روش تجزیه ارزش منفرد استفاده کردند. روش کار چنین است:

چنانچه ماتریس $Z_{ij} = Z(x_i, t_j) = \ln(m(x_i, t_j)) - \hat{a}_{x_i} - b_{x_i} k_{t_j}$ را برای $i=1, \dots, N$ و $j=1, \dots, T$ تعریف کنیم، براساس قیود ذکر شده می‌توان این دو رابطه را برای b_x و k_t به دست آورد:

$$\sum_t Z(x,t) k_t = \sum_t (\ln(m(x,t)) - \hat{a}_x) k_t = \sum_t (b_x k_t) k_t = b_x \sum_t k_t^2 \quad (8)$$

$$\sum_x b_x Z(x,t) = \sum_x b_x (\ln(m(x,t)) - \hat{a}_x) = \sum_x b_x (b_x k_t) = k_t \sum_x b_x^2 = k_t \quad (9)$$

رابطه (۹) با توجه به قید گیروسی و کینگ به دست آمده است. اگر در رابطه (۸) عبارت $\sum_t k_t^2 = \beta$ را جایگزین کنیم، براساس نمایش ماتریسی خواهیم داشت:

$$(10) Zk = \beta b, Z'b = k$$

$$\text{داریم: } Z \text{ است. بنابراین، با ضرب رابطه (۱۰) در } Z \text{ ترانهاده ماتریس } Z' \text{ با } b = \begin{pmatrix} b_{x1} \\ \vdots \\ b_{xN} \end{pmatrix} \text{ و } k = \begin{pmatrix} k_{t1} \\ \vdots \\ k_{tT} \end{pmatrix} \text{ که در آن}$$

$$(ZZ')b = Zk = \beta b \quad (11)$$

از این‌رو، براساس فرض $(kk') = \sum_t k_t^2 = \beta$ و $(bb') = \sum_{x=x_1}^{x_N} b_x^2 = 1$ با مقدار منفرد β است.

اکنون با جایگذاری در رابطه (۵) و با استفاده از فرض گفته شده، می‌توان نوشت:

$$Q(b_x, k_t) = \sum_{x,t} \varepsilon_{x,t}^2 = \sum_{x,t} (\ln(m(x,t)) - \hat{a}_x - b_x k_t)^2$$

¹. Girosi and King, 2007

². Single Value Decomposition (SVD)

³. Singular Vector

⁴. Singular Value

$$= \sum_{x,t} (Z(x,t) - b_x k_t)^2 \quad (12)$$

در این صورت، حداقل کردن $Q(b_x, k_t)$ معادل حداکثر کردن β خواهد بود. براساس تقریب درجه اول روش تجزیه ارزش منفرد، β اولین مقدار منفرد و b_x اولین بردار منفرد ماتریس $Z^T Z$ خواهد بود. طبق تعریف تجزیه ارزش منفرد می‌توان نوشت (Baker, 2005):

$$SVD(Z(x,t)) = U_{N \times N} L_{N \times T} V_{T \times T}^T = U_{N \times N} L_i V_{T \times T} + \dots + U_{N \times N} L_N V_{T \times T} \quad (13)$$

در رابطه فوق، بردارهای منفرد ماتریس $Z^T Z$ تشکیل دهنده ستون‌های ماتریس متعامد U و بردارهای منفرد ماتریس L ، تشکیل دهنده ستون‌های ماتریس متعامد V بوده و ماتریس L براساس مقادیر منفرد ماتریس Z تشکیل می‌شود. بنابراین، با تقریب درجه اول تجزیه ارزش منفرد خواهیم داشت:

$$\hat{b}_x = U_{N \times N} L_i V_{T \times T} \quad (14)$$

که در آن:

$$U_{N \times N} = \begin{pmatrix} u_{x_1,1} \\ \vdots \\ u_{x_k,1} \end{pmatrix}, L_i = [l_i, 0, \dots, 0]^T \text{ و } V_{T \times T} = \begin{pmatrix} v_{t_1,1} \\ \vdots \\ v_{t_n,1} \end{pmatrix}$$

پیش‌بینی نرخ مرگ و میر

پس از برآورد پارامترهای مدل و برآورد نرخ‌های مرگ و میر ویژه سنی با استفاده از مدل لی-کارترا، نوبت به پیش‌بینی نرخ مرگ و میر می‌رسد. برای این منظور، لی و کارترا¹ ابتدا به مدل‌بندی سری زمانی k_t پرداخته و سپس با پیش‌بینی مقادیر k_t ، مقادیر نرخ مرگ و میر $m(x,t)$ را برای هر گروه سنی و در هر زمان خاص پیش‌بینی کردند. برای انجام پیش‌بینی، در مرحله اول k_t به کمک سری‌های زمانی مدل‌سازی شده و مقادیر آتی آن پیش‌بینی می‌شود. یافتن بهترین مدل برای k_t بسیار اهمیت دارد، زیرا یک مدل نامناسب منجر به پیش‌بینی نادرست رفتار آتی نرخ‌های مرگ و میر خواهد شد. این مدل مناسب با استفاده از روش شناسایی باکس-جنکینز² انتخاب خواهد شد.

تحقیقاتی که در حوزه مدل‌سازی نرخ مرگ و میر با استفاده از روش لی-کارترا در کشورهای توسعه‌یافته انجام گرفته است، حاکی از آن است که یک مدل گام تصادفی با رانش³ به خوبی k_t را مدل‌سازی کرده و عمدۀ تغییرات در داده‌های نرخ مرگ و میر ویژه سنی به کمک این مدل پوشش داده می‌شود. این مدل حاصل اتخاذ یک فرایند تکراری برونویابی برای پارامتر k_t است. مدل گام تصادفی با رانش برای k_t به این صورت بیان می‌شود:

$$k_t = k_{t-1} + \theta + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{rw}^2) \quad (15)$$

در مرحله دوم پیش‌بینی، مقادیر نرخ مرگ و میر ویژه سنی پیش‌بینی می‌شوند. چنانچه از عبارت خطأ صرف‌نظر شود، تغییرات در نرخ مرگ و میر در یک سال خاص کاملاً به هم وابسته بوده و تابعی خطأ از پارامتر متغیر زمانی k_t می‌باشد. بنابراین، برای محاسبه فاصله اطمینان نرخ مرگ و میر در هر گروه سنی و در هر سال خاص، کافی است فاصله اطمینان k_t محاسبه شود. پیش‌بینی نرخ مرگ و میر با توجه به مقادیر پارامترهای برآورده شده \hat{a}_x و \hat{b}_x و مقادیر پیش‌بینی شده \hat{k}_t از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{m}(x, t+s) = \hat{m}(x, t) \exp(\hat{b}_x(\hat{k}_{t+s} - \hat{k}_t)), \quad s=1, 2, \dots, S \quad (16)$$

نرخ مرگ و میر در ایران

از آنجاکه در تمامی کشورها سرشماری هر چند سال یک بار انجام می‌شود، استفاده از یک روش دقیق و کارآمد به منظور تهیه اطلاعات جمعیتی با استفاده از اطلاعات موجود در سال‌هایی که سرشماری انجام نمی‌شود، نخستین گام در جهت تهیه داده‌های نرخ خام مرگ و میر و

¹. Lee and Carter, 1992

². Box-Jenkins, 1976

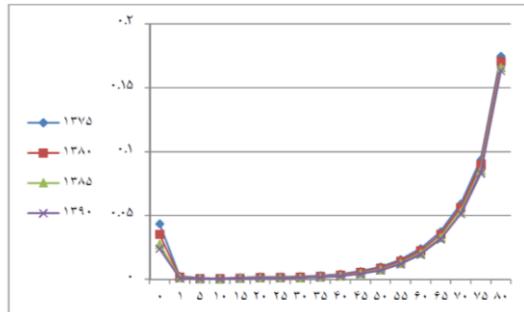
³. Random Walk with Drift

به عبارت دیگر، تهیه داده‌های یک جدول عمر است. تاکنون روش‌های بسیاری در این زمینه ارائه شده که از میان آنها، روش ویلموث^۱ از استقبال بیشتری برخوردار شده است. نشریه علمی پژوهشنامه بیمه دوره ۲، شماره ۴، پاییز ۱۳۹۲، ص ۲۹۵-۳۱۰

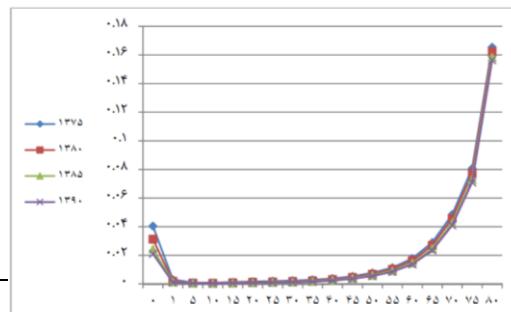
«پایگاه اطلاعاتی مرگ‌ومیر انسانی» از می ۲۰۰۲ با استفاده از روش ویلموث به ارائه اطلاعات جامعی از داده‌های جمعیتی پرداخته است. نرخ خام مرگ‌ومیر در «پایگاه اطلاعاتی مرگ‌ومیر انسانی» برای زنان، مردان و کل جمعیت کشورها به دو شکل تک ساله و پنج ساله و برای سینین ۰ تا ۱۱۰ سال موجود است. لی و کارترا^۲ در مطالعه خود به برآورد و پیش‌بینی لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر گروه‌های سنی پنج ساله پرداخته‌اند، مانیز در این مطالعه به برآورد و پیش‌بینی لگاریتم نرخ مرگ‌ومیر گروه‌های سنی پنج ساله خواهیم پرداخت.

ساختن جداول عمر کشور مستلزم وجود نرخ‌های مرگ ویژه سنی است که در آن تعداد فوت‌ها عموماً از ثبت مستمر و دائمی واقعه مرگ به دست می‌آید نه سرشماری. دقت نرخ واقعی مرگ کاملاً منوط به دسترسی به داده‌های ثبتی دقیق است و از آنجاکه ثبت فوت در ایران به دلایل متعدد، خطاهای فاحشی دارد و تلاش‌های صورت گرفته تاکنون موجب افزایش دقت مورد نیاز در محاسبه این نرخ نشده، عملأً ساختن یک جدول عمر مبتنی بر نرخ‌های واقعی مرگ در ایران میسر نشده است.

نظر به اشکالات غیرقابل اغماض موجود در شمار فوت‌های ثبتی، برای برآورد نرخ‌های مرگ‌ومیر کشور در این مقاله، از روش‌های غیرمستقیم مبتنی بر داده‌های سرشماری استفاده شده است. با توجه به دسترسی به اطلاعات شمار فرزندان زنده به دنیا آمده و در حال حاضر زنده، روش مناسب برای این برآورد، روش براس^۳ برای سال‌های ۱۳۷۵ و روش برآورد بین دو سرشماری ۱۳۸۵ و ۱۳۹۰ است. در این روش احتمال مرگ کودکان برای زنان واقع در سینین ۱۵ تا ۴۹ سال با استفاده از نسبت کودکان فوت شده (مکمل نسبت فرزندان زنده‌مانده) برآورد می‌شود و با توجه به سطح مرگ‌ومیر، نرخ‌های مرگ ویژه سن از جدول مدل غرب از خانواده جداول مرگ‌ومیر کول و دمنی^۴ برای سال‌های ۱۳۷۵، ۱۳۸۵ و ۱۳۹۰ استخراج می‌گردد و سپس با تغییرات خطی در فاصله این سال‌ها درون یابی می‌شود. خطای برآورد این نرخ‌ها به اندازه تفاوت نرخ مرگ‌ومیر ناشی از گروه سوانح، خصوصاً سوانح غیرعمد و ترافیکی است که سهم زیادی از فوت‌های این گروه را شامل می‌شود. عملأً نرخ‌های واقعی مرگ‌ومیر، متناسب با الگوی علل مرگ وقتی حاصل می‌شود که به اطلاعات دقیق ثبتی شمار و علل مرگ برحسب سن دسترسی باشد. نمودارهای ۱ و ۲، نرخ‌های مرگ‌ومیر ویژه سن مردان و زنان کل کشور را در سال‌های ۱۳۷۵-۱۳۹۰ نشان می‌دهند.



نمودار ۱: نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی کل مردان کشور در فاصله سال‌های ۱۳۷۵-۱۳۹۰



¹. Wilmoth, 2002

². Human Mortality Database (HMD)

³. Lee and Carter, 1992

⁴. Brass Method

⁵. Coale and Demeny

نمودار ۲: ترخ مرگ و پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر در زنان کشور در فاصله سال‌های ۱۳۷۵-۱۳۹۰^۱

همان‌گونه که از مقایسه نمودارهای ۱ و ۲ نتیجه می‌شود، الگوی سنی مرگ مردان و زنان کشور در سطح، متفاوت و همان‌طور که انتظار می‌رود عمدتاً در الگو مشابه استند. در همه موارد بالاترین نرخ مرگ‌ومیر در سنین کودکی به اطفال زیر یکسال تعلق دارد. روند تغییرات به گونه‌ای است که نرخ مرگ‌ومیر اطفال زیر یکسال از بیش از ۴۰ (۴۰/۰ واحد) در هزار ۱۳۷۵ برای مردان تا کمتر از ۲۰ در هزار در سال ۱۳۹۰ برای زنان کاهش یافته است. این نرخ از ۵ تا حدود ۳۰ سالگی در پایین‌ترین میزان در سطح نسبتاً ثابتی قرار دارد و خصوصاً از ۴۰ سالگی تدریجیاً و از حدود ۶۰ سالگی به سرعت رو به افزایش می‌گذارد و با سرعت بیشتری از ۷۵ سالگی افزایش می‌یابد.

نتایج و بحث

برآورد نرخ مرگ‌ومیر و پیش‌بینی سنی

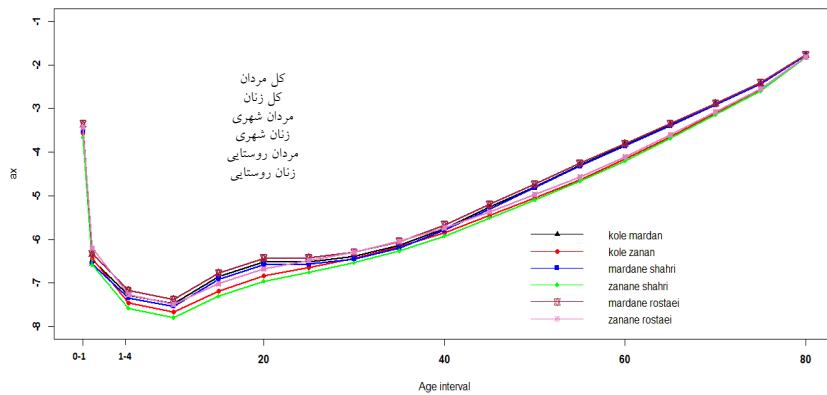
نخستین گام در برآورد مدل لی-کارتر، برآورد پارامترهای a_x , b_x و k_t است. روش لی-کارتر پایه براساس مدل‌بندی و پیش‌بینی نرخ خام کل جمعیت طراحی شده است. در توسعی روش لی-کارتر توسط لی و لی^۱، با اندک تعدیلاتی به برآورد و پیش‌بینی جداگانه نرخ مرگ‌ومیر زنان و مردان پرداخته شده است که با توجه به هدف این مقاله از این توسعی استفاده خواهد شد. مقادیر برآشده پارامتر a_x در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: تخمین پارامتر a_x از روش لی-کارتر استاندارد

گروه سنی	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۰	-۳/۴۴۹۹۸	-۳/۵۶۳۵۹	-۳/۵۰۴۵	-۳/۶۵۶۶۳	-۳/۳۵۲۲۸	-۳/۴۲۷۸۹
۱-۴	-۶/۴۷۵۲۳	-۶/۴۳۰۰۹	-۶/۵۶۱۲۳	-۶/۵۸۷۷۶	-۶/۳۲۵۴۸	-۶/۲۰۴۸۹
۵-۹	-۷/۲۸۱۴۹	-۷/۴۵۰۱۸	-۷/۳۴۴۶۱	-۷/۵۸۱۳۴	-۷/۱۷۱۱۸	-۷/۲۶۵۴۱
۱۰-۱۴	-۷/۴۷۷۰۷	-۷/۶۶۸۷	-۷/۵۳۵۳۸	-۷/۷۹۳۴۸	-۷/۳۷۶۱۹	-۷/۴۸۹۰۸
۱۵-۱۹	-۶/۸۵۷۲۶	-۷/۱۷۹۸۳	-۶/۹۰۸۱۳	-۷/۳۰۱۲۱	-۶/۷۶۸۳	-۷/۰۱۱۴۴
۲۰-۲۴	-۶/۵۲۳۹۱	-۶/۸۴۰۲	-۶/۵۷۵۷۱	-۶/۹۵۸۶	-۶/۴۳۲۵۹	-۶/۶۷۲۱۳
۲۵-۲۹	-۶/۵۱۷۸۸	-۶/۶۳۷۶۴	-۶/۵۷۲۸۴	-۶/۷۴۹۷۳	-۶/۴۲۱۹۴	-۶/۴۷۸۱۷
۳۰-۳۴	-۶/۳۹۵۵۷	-۶/۴۳۵۸۱	-۶/۴۵۰۹۵	-۶/۵۳۹۱۶	-۶/۲۹۹۷۹	-۶/۲۹۱
۳۵-۳۹	-۶/۱۳۹۸	-۶/۱۷۰۷۸	-۶/۱۹۲۴	-۶/۲۶۱۸۴	-۶/۰۴۲۰۶	-۶/۰۴۸۷۴
۴۰-۴۴	-۵/۷۴۶۲۸	-۵/۸۴۵۸۳	-۵/۷۹۲۴	-۵/۹۲۰۹۵	-۵/۶۶۷۱۵	-۵/۷۳۸۱۹
۴۵-۴۹	-۵/۲۶۵۹۳	-۵/۴۴۸۳۹	-۵/۳۰۲۷۸	-۵/۵۰۷۰۱	-۵/۲۰۲۷۶	-۵/۳۶۴۱۳
۵۰-۵۴	-۴/۷۸۸۹۳	-۴/۰۴۵۴	-۴/۸۱۹۱۵	-۴/۰۹۶۳۸	-۴/۷۳۷۲۷	-۴/۹۷۱۴۷
۵۵-۵۹	-۴/۲۹۸۷۴	-۴/۶۳۰۵۸	-۴/۳۲۲۰۶	-۴/۶۷۴۲۵	-۴/۲۵۸۷۲	-۴/۵۶۷۴۲
۶۰-۶۴	-۳/۸۳۹۱۴	-۴/۱۶۵۶۴	-۴/۲۰۵۱	-۴/۸۵۹۰۶	-۴/۱۰۴۹۵	-۴/۱۰۸۱۶
۶۵-۶۹	-۳/۳۷۶۸۲	-۳/۶۵۱۰۱	-۳/۳۹۳۰۲	-۳/۶۸۲۲۶	-۳/۳۴۸۹۴	-۳/۶۰۵۶
۷۰-۷۴	-۲/۹۰۳۸۶	-۳/۱۱۴۵	-۲/۹۱۷۱۹	-۳/۱۳۹۸۳	-۲/۸۸۰۹۸	-۳/۰۷۷۴۵
۷۵-۷۹	-۲/۴۳۱۱	-۲/۵۸۴۴۵	-۲/۴۴۲۳	-۲/۶۰۳۹۳	-۲/۴۱۱۸۹	-۲/۵۵۵۷۷
۸۰+	-۱/۷۸۰۷۵	-۱/۸۲۸۷۵	-۱/۷۸۶۹۹	-۱/۸۳۷۱۸	-۱/۷۷۰۰۵	-۱/۸۱۶۰۷

^۱. Li and Lee, 2002

اکبر کمیجانی و همکاران

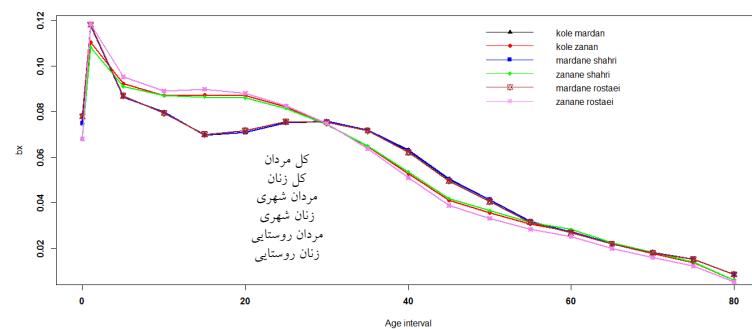


نمودار ۳: متوسط لگاریتم نرخ خام مرگ و میر ویژه سنی طی سال‌های ۱۳۷۵-۹۰

برآورد مقادیر پارامترهای b_x و k_x از تقریب درجه اول تجزیه ارزش منفرد ماتریس Z به دست می‌آید. برآورد این دو پارامتر نیز در جداول ۲ و ۳ آمده است.

جدول ۲: تخمین پارامتر b_x از روش لی-کارتر استاندارد

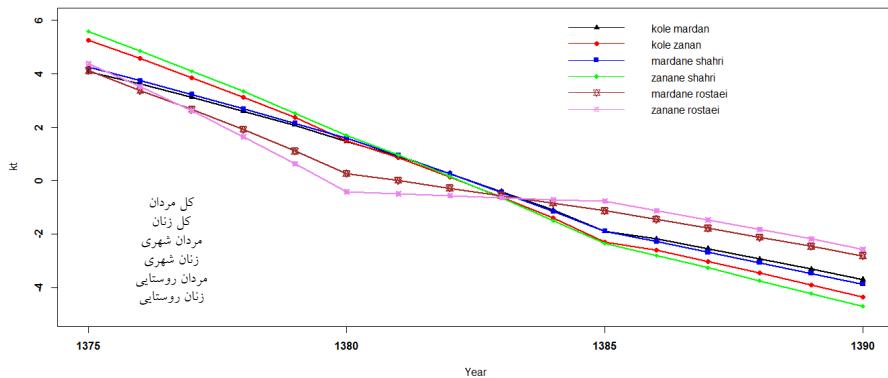
گروه سنی	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۰-	۰/۰۷۵۲۲۱	۰-	۰/۰۷۷۸۳۱	۰/۰۶۸۱	۰/۰۷۴۸۴۳	۰/۰۶۷۹۷۳
۱-۴	۰/۱۱۷۵۴	۰/۱۱۸۳۱۶	۰/۱۱۷۹۳۶	۰/۰۱۰۸۱۱۵	۰/۱۱۷۶۲۷	۰/۰۹۵۱۶۶
۵-۹	۰/۰۸۶۲۵۴	۰/۰۸۸۹۹۲	۰/۰۷۹۲۴۹	۰/۰۰۸۶۸۸	۰/۰۷۹۷۵۹	۰/۰۸۸۹۹۲
۱۰-۱۴	۰/۰۷۹۶۸	۰/۰۸۹۷۴۸	۰/۰۶۹۹۸	۰/۰۰۸۶۳۵۲	۰/۰۶۹۵۸۶	۰/۰۸۹۷۴۸
۱۵-۱۹	۰/۰۶۹۵۲	۰/۰۸۸۰۴۹	۰/۰۷۱۶۱۱	۰/۰۰۸۵۹۷۱	۰/۰۷۰۸۴۲	۰/۰۸۸۰۴۹
۲۰-۲۴	۰/۰۷۰۷۸۸	۰/۰۸۲۰۷۸	۰/۰۷۵۴۷۲	۰/۰۰۸۱۳۶	۰/۰۷۵۱۷۶	۰/۰۷۴۸۳۶
۲۵-۲۹	۰/۰۷۵۱۱	۰/۰۷۴۸۳۴	۰/۰۷۵۲۵۹	۰/۰۰۷۴۲۶۸	۰/۰۷۵۷۵۷	۰/۰۷۴۸۳۴
۳۰-۳۴	۰/۰۷۵۶۹۲	۰/۰۶۳۷۷۹	۰/۰۷۱۵۵۵	۰/۰۰۶۴۸۹۹	۰/۰۷۱۹۵۸	۰/۰۶۳۷۷۹
۳۵-۳۹	۰/۰۷۱۹۰۱	۰/۰۶۳۰۳۷	۰/۰۷۵۱۱	۰/۰۰۶۳۵۰۶	۰/۰۶۳۰۸۴	۰/۰۵۰۹۰۶
۴۰-۴۴	۰/۰۷۵۱۱	۰/۰۵۰۳۷۴	۰/۰۴۹۵۷۱	۰/۰۰۴۱۹۶۱	۰/۰۴۰۴۰۴	۰/۰۳۸۸۹
۴۵-۴۹	۰/۰۷۵۶۹۲	۰/۰۴۱۳۲۶	۰/۰۴۰۵۱	۰/۰۰۴۰۵۱	۰/۰۴۱۳۴۵	۰/۰۳۳۲۲
۵۰-۵۴	۰/۰۴۱۳۲۶	۰/۰۳۱۸۹۳	۰/۰۳۱۴۲۸	۰/۰۰۳۱۳۸۵	۰/۰۳۱۹۰۲	۰/۰۲۸۳۶۷
۵۵-۵۹	۰/۰۲۷۲۵۱	۰/۰۲۷۲۵۱	۰/۰۲۸۷۵	۰/۰۰۲۸۳۶۹	۰/۰۲۷۲۵۱	۰/۰۲۵۲۹۵
۶۰-۶۴	۰/۰۲۷۲۵۱	۰/۰۲۲۱۷۵	۰/۰۲۱۹۳۳	۰/۰۰۲۲۵۸۶	۰/۰۲۲۱۶۷	۰/۰۲۰۰۲۸
۶۵-۶۹	۰/۰۲۲۱۷۵	۰/۰۱۸۲۱۵	۰/۰۱۸۱۰۶۵	۰/۰۰۱۸۳۶۶	۰/۰۱۸۱۶۹	۰/۰۱۶۱۰۵۴
۷۰-۷۴	۰/۰۱۸۲۱۵	۰/۰۱۳۷۰۶	۰/۰۱۵۱۰۱	۰/۰۰۱۴۱۵۸	۰/۰۱۵۲۷۸	۰/۰۱۲۳۵۲
۷۵-۷۹	۰/۰۱۵۳۲۷	۰/۰۰۸۶۰۷	۰/۰۰۸۶۲۹	۰/۰۰۸۶۱۶	۰/۰۰۸۵۱۵	۰/۰۰۵۴۳۳
۸۰+	۰/۰۰۸۶۰۷	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰



نمودار ۴: میزان انحراف نسبیه علمی لگاریتم نرخ خام مرگ، پس از تغییر در سطح عمومی مرگ و میر طی سال‌های ۱۳۷۵-۱۳۹۰

جدول ۳: تخمین پارامتر k_t از روش لی-کارترا استاندارد

سال	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۱۳۷۵	۴۰۵۵۳۷۳	۵۲۳۷۲۷۵	۴۲۳۷۳۴۹	۵۸۰۶۲۴	۴۱۰۷۳۰۵	۴۲۶۸۳۴۴
۱۳۷۶	۳۶۰۳۹۳۷	۴۵۶۱۷۴	۳۷۳۷۲۱۱	۴۸۵۲۶۸۷	۳۶۵۰۱۱	۳۵۱۰۲۲۷
۱۳۷۷	۳۱۰۶۲۷۸	۳۸۵۳۲۴۲	۳۲۲۴۳۳۶	۴۰۸۵۹۹۵	۲۶۵۹۵۷۷	۲۶۰۲۷۴۴
۱۳۷۸	۲۵۹۵۹۶	۲۱۰۸۴۵	۲۶۸۳۷۴۷	۳۷۴۰۹۳۵	۱۹۰۷۹۴۲	۱۶۳۷۱۳۹
۱۳۷۹	۲۰۷۲۱۶۲	۲۳۶۸۵۲۶	۲۱۴۴۶۷۵	۲۵۲۲۹۸۹	۱۰۱۰۳۳	۰۶۲۳۸۲۷
۱۳۸۰	۱۴۵۹۵۰۸	۱۴۹۵۶۱۷	۱۵۹۱۶۷۷	۱۶۹۳۴۶۳	۰۲۶۷۰۰۷	-۰۴۱۸۸۴
۱۳۸۱	۰۹۰۷۷۲۹	۰۸۶۰۶۳۱	۰۹۴۱۷۹۱	۰۹۴۹۴۵۴	۰۰۰۱۷۴۱	-۰۴۹۱۲۶
۱۳۸۲	۰۲۵۹۳۰۶	۰۱۳۸۸۵	۰۲۵۴۸۲۲	۰۱۵۸۷۴۹	-۰۲۸۲۷۵	-۰۵۶۳۴۴
۱۳۸۳	۰۰۰۹۱۱	-۰۶۱۰۸۵	-۰۴۳۶۸۴	-۰۶۴۱۳	-۰۵۵۴۹۴	-۰۶۳۵۵۳
۱۳۸۴	-۰۰۰۹۸۶	-۱۳۸۷۴۴	-۱۵۱۶۶	-۱۴۹۲۶۳	-۰۸۳۰۶۱	-۰۷۰۷۹۵
۱۳۸۵	-۱۹۰۱۷۳	-۲۲۹۵۳۷	-۱۸۹۰۱۹	-۲۳۵۵۷۳	-۱۱۲۶۳۷	-۰۷۶۲۴۶
۱۳۸۶	-۲۱۷۵۸۹	-۲۶۰۶۵۱	-۲۶۸۱۳	-۲۷۹۹۵۳	-۱۴۴۳	-۱۱۲۶۶۹
۱۳۸۷	-۲۰۴۶۷	-۲۰۲۸۲۶	-۲۶۷۲۲۴۲	-۳۲۵۳۱۲	-۱۷۸۱۳۴	-۱۴۶۶۵۳
۱۳۸۸	-۲۹۲۳۸۴	-۲۴۵۷۹۵	-۳۰۶۴۳	-۳۷۳۸۷۴	-۲۱۲۴۹۹	-۱۸۲۹۳۸
۱۳۸۹	-۳۰۰۷۴۱	-۳۴۶۳۲	-۳۴۶۳۰۴	-۴۲۰۹۳	-۲۴۵۶۵	-۲۱۸۱۶۴
۱۳۹۰	-۳۶۹۷۶۱	-۴۳۴۲۴۸	-۴۸۶۸۸۵	-۴۶۹۲۸۹	-۲۸۱۱۵۶	-۲۵۵۸۷۶



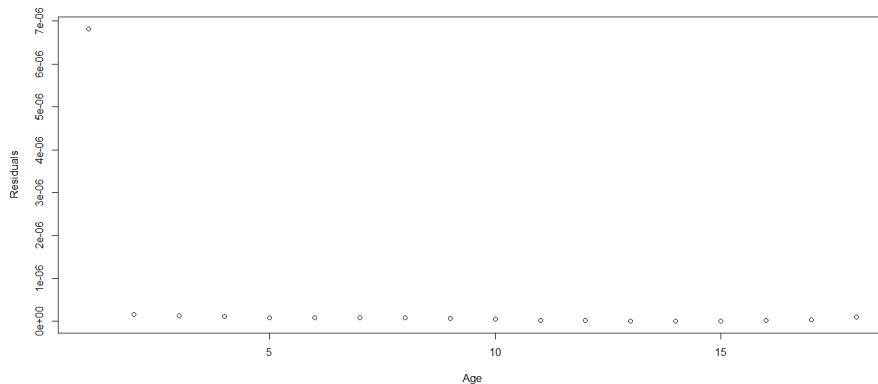
نمودار ۵: شاخص سطح عمومی مرگ و میر طی سال‌های ۱۳۷۵-۱۳۹۰

با توجه به مقادیر برآورد پارامتر a ، متوسط لگاریتم نرخ خام مرگ و میر در گروه سنی کودکان و سالمندان بیشتر از دیگر گروه‌های سنی است؛ بنابراین، این دو گروه سنی بیشترین تأثیر را در سطح کلی مرگ و میر دارند. از سوی دیگر، افزایش سطح مرگ و میر حدوداً از ۲۰ سالگی آغاز شود، چنین الگویی در بیشتر کشورهای توسعه‌یافته نیز برقرار است؛ بسیاری از جمیعت‌شناسان، الگوی زندگی جوانان را دلیل این پیشامد می‌دانند (آل حسینی، ۱۳۹۱).

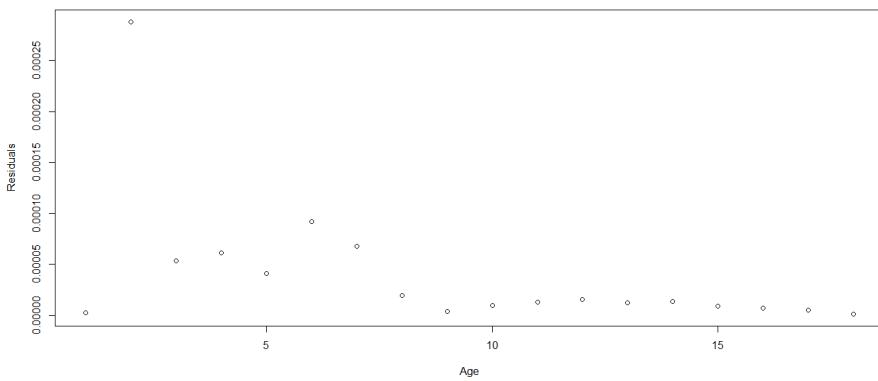
الگوی پارامتر b که بیانگر میزان حساسیت نسبی هر گروه سنی به تغییر در سطح عمومی مرگ و میر می‌باشد، نشان می‌دهد که کودکان و سالمندان به ترتیب در معرض بیشترین و کمترین تأثیرپذیری هستند.

اگر k_t به طور خطی در طول زمان کاهش یابد، $k_t = \frac{d}{dt} \text{ ثابت بوده و در این صورت، نرخ خام مرگ و میر هر گروه سنی با نرخ نمایی و متناسب با پارامتر } b_x \text{ آن گروه سنی تغییر می‌کند. مقدار تخمینی این پارامتر حاکی از یک روند تقریباً خطی کاهشی با سرعت تقریباً ثابت در طول دوره برآورد و پیش‌بینی نرخ مرگ و میر در ایران با استفاده از مدل لی-کارترا بازش است.}$

از آنجاکه به خاطر ماهیت داده‌های نرخ مرگ و میر ویژه سنی در عمل فرض نرمال‌بودن باقی‌مانده‌ها برقرار نیست، برای ارزیابی برآذش مدل، پراکندگی واریانس مؤلفه‌های خطای هر گروه سنی خاص در طول زمان را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. ملاحظه می‌شود که پراکندگی مؤلفه‌های خطای هر گروه سنی خاص در کل مردان کشور با یکدیگر تفاوت قابل توجهی ندارند و تنها مورد استثنای این شکل مربوط به گروه سنی صفر سالگی است که با توجه به پراکندگی بالای نرخ مرگ و میر در این گروه سنی و مقدار واریانس این گروه، قابل چشم‌پوشی است. در مقابل، پراکندگی مؤلفه‌های خطای برای کل زنان کشور در گروه سنی ۱-۴ سال تفاوت قابل توجهی با سایر گروه‌ها دارد.



نمودار ۶: پراکندگی واریانس مؤلفه‌های خطای گروه‌های سنی کل مردان کشور در طول زمان



نمودار ۷: پراکندگی واریانس مؤلفه‌های خطای گروه‌های سنی کل زنان کشور در طول زمان

پیش‌بینی نرخ مرگ و میر ویژه سنی

از آنجاکه k_t تنها پارامتر زمانی متغیر مدل لی-کارترا است و در این مدل پارامتر b_x در طول زمان ثابت در نظر گرفته می‌شود، در این قسمت به پیش‌بینی پارامتر k_t و در نتیجه لگاریتم نرخ خام مرگ و میر ویژه سنی خواهیم پرداخت. تخمین پارامتر متغیر زمانی k_t را می‌توان به عنوان یک فرایند تصادفی مدل‌سازی کرد. برای این منظور از روش استاندارد باکس-جنکینز (شناسایی-تخمین-تشخیص^۱) جهت ایجاد یک مدل مناسب ARIMA (p,d,q) برای شاخص مرگ و میر k_t استفاده خواهیم کرد. لازم است با

^۱. Identification-Estimation-Diagnosis

توجه به سری تخمین زده شده k_t ، یک مدل مناسب را از میان مدل‌های عمومی ARIMA شناسایی نمود. فرایند ساخت مدل مناسب برای برازش داده‌ها طی چند مرحله انجام می‌گیرد:

اکبر کمیجانی و همکاران

- تحلیل اولیه سری داده‌ها؛
- شناسایی رتبه مدل؛
- تخمین پارامترها؛
- ارزیابی مدل.

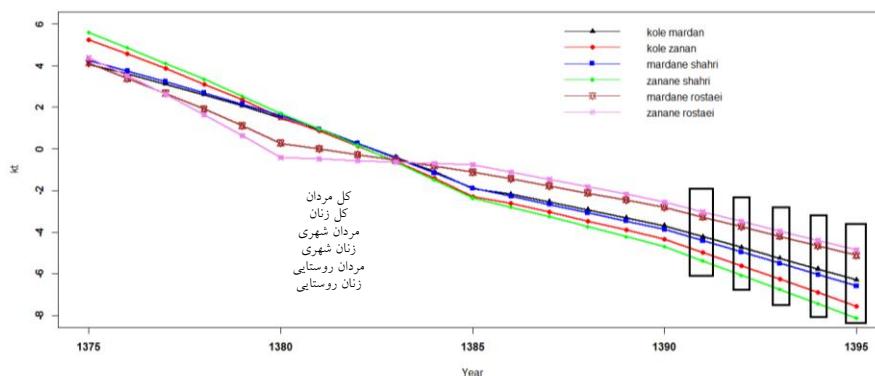
الگوی عمومی سری k_t برای کل زنان و مردان کشور و زنان و مردان شهری و روستایی نشانگر روند کاهشی آن است؛ به عبارت دیگر، سری k_t در میانگین مانا نیست. توجه به توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی سری k_t نیز مؤید همین مطلب است. بنابراین، براساس روش باکس-جنکینز باید سری‌های تفاضلی را دنظر گرفت. پس از تفاضل گیری از سری‌ها، نامانایی در میانگین حذف شده و توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی با فرضیه سری‌های مانا سازگار می‌شوند. با توجه به روند کاهشی k_t ، یک جمله ثابت نیز در جریان تخمین مدل لحاظ می‌گردد. با طی کردن فرایند فوق برای سری‌های تخمینی k_t به مدل ARIMA(0,1,0) و به عبارت دیگر، مدل گام تصادفی با رانش خواهیم رسید:

$$k_t = k_{t-1} + \theta + \varepsilon_t \quad (15)$$

جمله ثابت θ بیانگر میانگین تغییر سالانه k_t است. براساس میزان θ می‌توان تغییرات بلندمدت مرگ‌ومیر را پیش‌بینی کرد. پس از تخمین پارامتر θ ، از مدل گام تصادفی با رانش برای پیش‌بینی شاخص مرگ‌ومیر k_t برای ۵ سال آینده براساس اطلاعات دوره ۱۳۹۰-۱۳۷۵ استفاده می‌کنیم. در جدول ۴ مقادیر پیش‌بینی شده k_t آمده است:

جدول ۴: پیش‌بینی شاخص مرگ‌ومیر k_t

سال	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	مردان روستایی	زنان شهری	زنان روستایی
۱۳۹۱	-۴/۲۱۴۶۱	-۴/۹۸۱۴۸	-۴/۴۰۸۸۵	-۵/۳۷۷۸۹	-۳/۲۷۱۵۶	-۳/۰ ۱۸۷۶
۱۳۹۲	-۴/۷۳۱۶۱	-۵/۶۲۰۴۸	-۴/۹۴۸۸۵	-۶/۰۶۲۸۹	-۳/۷۳۱۵۶	-۳/۴۷۸۷۶
۱۳۹۳	-۵/۲۴۸۶۱	-۶/۲۵۹۴۸	-۵/۴۸۸۸۵	-۶/۷۴۷۸۹	-۴/۱۹۱۵۶	-۴/۹۳۸۷۶
۱۳۹۴	-۵/۷۶۵۶۱	-۶/۸۹۸۴۸	-۶/۰۲۸۸۵	-۷/۴۳۲۸۹	-۴/۶۵۱۵۶	-۴/۳۹۸۷۶
۱۳۹۵	-۶/۲۸۲۶۱	-۷/۵۳۷۴۸	-۶/۵۶۸۸۵	-۸/۱۱۷۸۹	-۵/۱۱۱۵۶	-۴/۸۵۸۷۶



نمودار ۸: پیش‌بینی شاخص سطح عمومی مرگ‌ومیر طی سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۹۵

پس از پیش‌بینی شاخص سطح مرگ‌ومیر یا k_t ، می‌توان مقادیر جدول عمر در گروه‌های سنی ۵ ساله و برای سال‌های ۱۳۹۱-۱۳۹۵ را محاسبه کرد. برای این کار ابتدا باید نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی را براساس فرمول زیر پیش‌بینی کرد:

$$\hat{m}(x, 1390+s) = \hat{m}(x, 1390) \exp(\hat{b}_x(\hat{k}_{1390+s} - \hat{k}_{1390})), \quad s=1, 2, \dots, 5 \quad (16)$$

مقدادیر نرخ مرگ و میر پیش‌بینی شده برای کل مردان و زنان کشور در ادامه آمده است:

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه دوره ۲، شماره ۴، پاییز ۱۳۹۲، ص ۳۱۰-۲۹۵

جدول ۵: پیش‌بینی نرخ مرگ و میر ویژه سنی کل مردان کشور

۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	گروه سنی
۰/۰۱۹۷۷۸	۰/۰۲۰۵۶۳	۰/۰۲۱۳۸	۰/۰۲۲۲۲۹	۰/۰۲۳۱۱۱	.
۰/۰۰۰۷۳۷	۰/۰۰۰۷۸۳	۰/۰۰۰۸۳۲	۰/۰۰۰۸۸۴	۰/۰۰۰۹۳۹	۱-۴
۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۰۴۱۸	۰/۰۰۰۴۳۷	۰/۰۰۰۴۵۷	۰/۰۰۰۴۷۸	۵-۹
۰/۰۰۰۳۴۳	۰/۰۰۰۳۵۷	۰/۰۰۰۳۷۲	۰/۰۰۰۳۸۸	۰/۰۰۰۴۰۴	۱۰-۱۴
۰/۰۰۰۶۷۹	۰/۰۰۰۷۰۴	۰/۰۰۰۷۳	۰/۰۰۰۷۵۷	۰/۰۰۰۷۸۵	۱۵-۱۹
۰/۰۰۰۹۴۱	۰/۰۰۰۹۷۶	۰/۰۰۱۰۱۳	۰/۰۰۱۰۵	۰/۰۰۱۰۸۹	۲۰-۲۴
۰/۰۰۰۹۲۲	۰/۰۰۰۹۵۸	۰/۰۰۰۹۹۶	۰/۰۰۱۰۳۵	۰/۰۰۱۰۷۶	۲۵-۲۹
۰/۰۰۱۰۳۸	۰/۰۰۱۰۷۹	۰/۰۰۱۱۲۲	۰/۰۰۱۱۶۷	۰/۰۰۱۲۱۳	۳۰-۳۴
۰/۰۰۱۳۷۲	۰/۰۰۱۴۲۴	۰/۰۰۱۴۷۸	۰/۰۰۱۵۳۴	۰/۰۰۱۵۹۲	۳۵-۳۹
۰/۰۰۲۱۵	۰/۰۰۲۲۲۱	۰/۰۰۲۲۹۴	۰/۰۰۲۳۷	۰/۰۰۲۴۴۹	۴۰-۴۴
۰/۰۰۳۷۶۴	۰/۰۰۳۸۶۳	۰/۰۰۳۹۶۵	۰/۰۰۴۰۷	۰/۰۰۴۱۷۷	۴۵-۴۹
۰/۰۰۶۴۱۸	۰/۰۰۶۵۵۷	۰/۰۰۶۶۹۹	۰/۰۰۶۸۴۳	۰/۰۰۶۹۹۱	۵۰-۵۴
۰/۰۱۱۱۱۹	۰/۰۱۱۳۰۳	۰/۰۱۱۴۹۱	۰/۰۱۱۶۸۲	۰/۰۱۱۸۷۷	۵۵-۵۹
۰/۰۱۸۱۲۷	۰/۰۱۸۳۸۴	۰/۰۱۸۶۴۵	۰/۰۱۸۹۱	۰/۰۱۹۱۷۸	۶۰-۶۴
۰/۰۲۹۷۱۴	۰/۰۳۰۰۵۷	۰/۰۳۰۴۰۳	۰/۰۳۰۷۵۴	۰/۰۳۱۱۰۸	۶۵-۶۹
۰/۰۴۸۸۸۴	۰/۰۴۹۳۴۷	۰/۰۴۹۸۱۴	۰/۰۵۰۲۸۵	۰/۰۵۰۷۶۱	۷۰-۷۴
۰/۰۷۹۸۶۷	۰/۰۸۰۵۰۳	۰/۰۸۱۱۴۳	۰/۰۸۱۷۸۷	۰/۰۸۲۴۳۹	۷۵-۷۹
۰/۱۵۹۶۴۱	۰/۱۶۰۳۵۳	۰/۱۶۱۰۶۸	۰/۱۶۱۷۸۷	۰/۱۶۲۵۰۸	۸۰+

جدول ۶: پیش‌بینی نرخ مرگ و میر ویژه سنی کل زنان کشور

۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	گروه سنی
۰/۰۱۶۹۵۹	۰/۰۱۷۷۱۴	۰/۰۱۸۵۰۲	۰/۰۱۹۳۲۵	۰/۰۲۰۱۸۴	.
۰/۰۰۰۷۰۲	۰/۰۰۰۷۵۴	۰/۰۰۰۸۰۹	۰/۰۰۰۸۶۸	۰/۰۰۰۹۳۱	۱-۴
۰/۰۰۰۲۹۱	۰/۰۰۰۳۰۸	۰/۰۰۰۳۲۷	۰/۰۰۰۳۴۷	۰/۰۰۰۳۶۷	۵-۹
۰/۰۰۰۲۴۲	۰/۰۰۰۲۵۶	۰/۰۰۰۲۷۱	۰/۰۰۰۲۸۶	۰/۰۰۰۳۰۳	۱۰-۱۴
۰/۰۰۰۳۹۴	۰/۰۰۰۴۱۷	۰/۰۰۰۴۴۱	۰/۰۰۰۴۶۶	۰/۰۰۰۴۹۳	۱۵-۱۹
۰/۰۰۰۵۵۶	۰/۰۰۰۵۸۸	۰/۰۰۰۶۲۱	۰/۰۰۰۶۵۷	۰/۰۰۰۶۹۴	۲۰-۲۴
۰/۰۰۰۷۰۶	۰/۰۰۰۷۴۴	۰/۰۰۰۷۸۴	۰/۰۰۰۸۲۷	۰/۰۰۰۸۷۱	۲۵-۲۹
۰/۰۰۰۹۱۵	۰/۰۰۰۹۵۹	۰/۰۰۱۰۰۶	۰/۰۰۱۰۵۵	۰/۰۰۱۱۰۷	۳۰-۳۴
۰/۰۰۱۲۸۴	۰/۰۰۱۳۳۸	۰/۰۰۱۳۹۴	۰/۰۰۱۴۵۳	۰/۰۰۱۵۱۴	۳۵-۳۹
۰/۰۰۱۹۴۲	۰/۰۰۲۰۰۹	۰/۰۰۲۰۷۸	۰/۰۰۲۱۴۹	۰/۰۰۲۲۲۳	۴۰-۴۴
۰/۰۰۳۱۵۶	۰/۰۰۳۲۴	۰/۰۰۳۳۲۶	۰/۰۰۳۴۱۵	۰/۰۰۳۵۰۶	۴۵-۴۹
۰/۰۰۴۹۲۳	۰/۰۰۵۰۳۶	۰/۰۰۵۱۵۲	۰/۰۰۵۲۷	۰/۰۰۵۳۹۲	۵۰-۵۴
۰/۰۰۷۷۴۲	۰/۰۰۷۸۹۵	۰/۰۰۸۰۵۱	۰/۰۰۸۲۱	۰/۰۰۸۳۷۲	۵۵-۵۹
۰/۰۱۲۶۱۱	۰/۰۱۲۸۳۵	۰/۰۱۳۰۶۳	۰/۰۲۲۹۵	۰/۰۱۳۵۳۱	۶۰-۶۴
۰/۰۲۲۰۱۳	۰/۰۲۲۳۲۴	۰/۰۲۲۶۳۸	۰/۰۲۲۹۵۷	۰/۰۲۲۲۸۱	۶۵-۶۹
۰/۰۳۸۸۲۸	۰/۰۳۹۲۷۲	۰/۰۳۹۷۲۱	۰/۰۴۰۱۷۵	۰/۰۴۰۶۳۴	۷۰-۷۴

۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	گروه سنی
۰/۰۶۸۰۳۴	۰/۰۶۸۶۳۲	۰/۰۶۹۲۳۶	۰/۰۶۹۸۴۵	۰/۰۷۰۴۵۹	۷۵-۷۹
۰/۰۱۵۳۴۹۶	۰/۰۱۵۴۰۸۷	۰/۰۱۵۴۶۸	۰/۰۱۵۵۲۷۶	۰/۰۱۵۵۸۷۴	۸۰+

برآورد و پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر در ایران با استفاده از مدل لی-کارتر

براساس پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر، مقادیر امید به زندگی در بدو تولد قابل پیش‌بینی خواهد بود. پیش‌بینی امید به زندگی در بدو تولد در فاصله سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۹۵ برای جامعه کل مردان و زنان کشور و مردان و زنان شهری و روستایی در جدول ۷ آمده است:

جدول ۷: پیش‌بینی امید به زندگی در بدو تولد در فاصله سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۹۵ برای گروه‌های جنسی کشور

سال- گروه	کل مردان	کل زنان	مردان شهری	زنان شهری	مردان روستایی	زنان روستایی
۱۳۹۱	۷۰/۶۱۸	۷۲/۹۳۱	۷۱/۵۶۸	۷۳/۶۴۸	۶۹/۵۱	۷۱/۱۳۸
۱۳۹۲	۷۰/۸۶۳	۷۳/۱۸۴	۷۱/۸۷۷	۷۳/۹	۶۹/۷۵۲	۷۱/۳۵۵
۱۳۹۳	۷۱/۱۰۲	۷۳/۴۲۹	۷۲/۱۰۷	۷۴/۱۴۵	۶۹/۹۸۹	۷۱/۵۶۶
۱۳۹۴	۷۱/۳۳۶	۷۳/۶۶۸	۷۲/۳۳۱	۷۴/۳۸۲	۷۰/۲۲۱	۷۱/۷۷۳
۱۳۹۵	۷۱/۵۶۴	۷۳/۸۹۹	۷۲/۵۵	۷۴/۶۱۲	۷۰/۷۷۴	۷۱/۹۷۵

مقادیر پیش‌بینی شده برای امید به زندگی در بدو تولد با استفاده از مدل لی-کارتر به خوبی برتری این روش بر سایر روش‌های پیش‌بینی را نشان می‌دهد. در اکثر این روش‌ها امید به زندگی در بدو تولد (۵۰) به طور مستقیم پیش‌بینی شده و سپس با اعمال قیدهایی (همچون تعریف یک حد بالا برای طول عمر انسان) یا در بهترین حالت با استفاده از تابع نمایی یا لجستیک، سعی در کاهش روند صعودی رشد این متغیر می‌شود. در حالی که این کاهش نرخ رشد، ناشی از ماهیت طبیعی امید به زندگی در بدو تولد به عنوان یک تابع غیر خطی از نرخ مرگ‌ومیر است. کی‌فیتز^۱ نشان داد که اگر نرخ مرگ‌ومیر در هر سن با نسبت مشخصی کاهش یابد، امید به زندگی در بدو تولد با نسبت کوچکتری از آن افزایش می‌یابد. در مدل لی-کارتر برای نخستین بار، با مدل‌سازی نرخ مرگ‌ومیر، بدون هیچ قیدی کاهش در رشد ۵۰ به طور طبیعی حاصل می‌شود.

نتایج و بحث

پیش‌بینی مرگ‌ومیر یا شاخص سطح آن یعنی امید به زندگی جزو لاینفک پیش‌بینی‌های جمعیتی است که به دلیل نقش تعیین‌کننده‌ای که در محاسبات بیمه‌ای بر عهده دارد، مورد توجه محققین و متخصصین بیمه نیز بوده است. معمول ترین روش برای پیش‌بینی مرگ‌ومیر، پیش‌بینی امید به زندگی است. برای انجام این کار تغییرات امید به زندگی را در تابع غیرخطی (اشاعشونده یا لجستیک یا نمایی) در نظر گرفته و با مفروض داشتن حداقل طول عمر، این شاخص را در بلندمدت پیش‌بینی می‌کنند. این روش لائق قادر به حل دو مسئله پیش رو نیست: اول اینکه حداقل طول عمر انسان اندازه دقیقاً مشخصی نیست. به همین دلیل در چنین پیش‌بینی‌هایی بالاترین مقدار تجربه شده (معمولاً امید به زندگی کشورهای توسعه‌یافته‌ای چون زاپن) را معیار قرار می‌دهند. مسلماً نمی‌توان این مقدار را ثابت فرض کرد و چون این مقدار بر همه برآوردها اثر دارد، خطای پیش‌بینی امید به زندگی در سال‌های مورد نظر غیرقابل اغماض و غیرتصادفی است. دوم اینکه به دلیل غیرخطی بودن رابطه بین امید به زندگی و نرخ‌های مرگ و بیزه سن، در همه این پیش‌بینی‌ها تبدیل امید به زندگی پیش‌بینی شده به نرخ‌های مرگ و بیزه سن، مشکل دیگری است. راه حل این مشکل نیز معمولاً در استفاده از مدل‌های استاندارد (مثل جداول کول و دمنی یا سازمان ملل متحده) جستجو می‌شود که ممکن است به علت تفاوت الگوی سنی مرگ در جمعیت مورد نظر و جداول مدل، خطای دیگری به خطای پیش‌بینی‌های مرگ‌ومیر وارد کند.

مدل لی-کارتر روش بدیلی است که مستقیماً قادر به پیش‌بینی مرگ‌ومیر بر حسب سن بوده و ارقام پیش‌بینی شده به سهولت با ساختن یک جدول عمر واقعی، قابل تبدیل به هر یک از شاخص‌های مرگ‌ومیر از جمله امید به زندگی است. این روش به چند دلیل بر روش‌های دیگر

¹. Keyfitz, 1985

پیش‌بینی مستقیم نرخ مرگ‌ومیر یا پیش‌بینی امید به زندگی برتری دارد. اول اینکه اگر هر نرخ به بهترین شکل توسط یک مدل ARIMA¹ مدل‌سازی شود، نیازمند برآورد تعداد زیادی پارامتر است. دوم، با پیش‌بینی مستقل هر نرخ، نیاز به محاسبه تعداد $\frac{N(N-1)}{2}$ کوواریانس عبارات خطای خواهد بود (N تعداد گروه‌های سنی است)؛ در حالی که **کارتر**² از آنچاکه نرخ مرگ‌ومیر در گروه‌های سنی مختلف در هر سال تابعی از پارامتر k_t است، هم‌بستگی شدیدی بین این نرخ و شاخص k_t وجود داشته و واریانس کوواریانس عبارات خطای از طریق مدل انتخابی برای k_t بدست می‌آید. سوم، پیش‌بینی مستقل هر نرخ امکان ترکیب نرخ‌ها و تشکیل ساختارهای سنی غیر محتمل در آینده را محتمل می‌سازد؛ در حالی که در مدل لی-کارتر از آنچاکه روند موجود در تمام نرخ‌های مرگ‌ومیر ویژه سنی توسط پارامتر k_t مدل‌سازی می‌شود، تمامی نرخ‌های برآورده شده متعلق به یک جدول عمر خواهد بود (Lee and Carter, 1992).

با وجود همه امتیازاتی که می‌توان برای مدل لی-کارتر برشمرد و با اینکه ارزیابی نتایج بدست آمده در کاربردهای فراوان این مدل نشان از کارآمدی بالای مدل دارد، اما نباید از خاطر دور داشت که مفروضات مربوط به الگوی سنی ثابت در این مدل در برخی موارد برآورده نمی‌شود. همچنانکه لی و میلر³ اشاره کرده‌اند، باوجود اینکه پیش‌بینی‌های مدل برای فرانسه، کانادا و رُپن خوب ارزیابی می‌شود، اما این روش همواره در برابر الگوی سنی در حال تغییر با مسائل و خطاهایی مواجه است. از این‌روی تعدادی از جمعیت‌شناسان، تغییر و تعدیل‌هایی برای بهبود نتایج پیش‌بینی در مدل لی-کارتر اعمال کرده‌اند. بوث و همکاران⁴ معتقدند که روش تعديل‌شده‌ای که در پیش‌بینی مرگ‌ومیر در استرالیا به کار برده‌اند، ۵۰٪ از خطای روش اصلی کاسته است. بونگارت⁵ نیز با برآش مدل لجستیک نیروی مرگ‌ومیر نشان داد که پارامتر شیب در طول زمان تقریباً ثابت است و برای پیش‌بینی، مدل بدیلی را پیشنهاد کرده است.

یافته‌های این مقاله نشان می‌دهد که توان و کارآمدی مدل لی-کارتر در پیش‌بینی مرگ‌ومیر ایران بالاست، با این حال در این مقاله مجالی برای آزمون یکی از مفروضات پایه مدل لی-کارتر وجود نداشت و آن اینکه آیا الگوی سنی مرگ در ایران ثابت است؟ به عبارت دیگر آیا نرخ مرگ‌ومیر ویژه سنی در طول زمان تغییر نکرده است؟ پیش‌بینی مرگ‌ومیر در چنین شرایطی نیز امکان‌پذیر است و غیر از مدل لی-کارتر چند مدل و رویکرد جدید نیز از طرف جمعیت‌شناسان عرضه شده که می‌توان برای جمعیت‌هایی با الگوی سنی متغیر به کاربرد. البته ذکر این نکته ضروری است که انجام چنین آزمونی مستلزم دستلزم دسترسی به نرخ‌های مرگ‌ومیری است که از نظر دقیق قابل اعتماد باشد. کاری که امید می‌رود در تحقیقات بعدی دنبال شود.

منابع و مأخذ

- آل‌حسینی، ف. س.، (۱۳۹۱). مقایسه روش تحلیل مجموعه مقادیر تکین در پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر با روش‌هایی از خانواده لی-کارتر.
پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهری德 بهشتی.
زنجانی، ح. الف. نوراللهی، ط.، (۱۳۷۹). جداول مرگ‌ومیر در ایران برای سال ۱۳۷۵. تهران: مؤسسه عالی پژوهش تأمین اجتماعی.
زنجانی، ح. الف. نوراللهی، ط. سحرخیز، ع. ر.، (۱۳۸۸). پیش‌بینی جمعیت ایران تا سال ۱۴۰۵ به تفکیک استانی و شهری و روستایی. تهران: پژوهشکده آمار.

- Baker, K., (2005). Singular value decomposition tutorial, Rough Draft-Beware Suggestions.
Bongaarts, J., (2005). Long-range trends in adult mortality models and projection methods. Demography, 42(1), pp. 23-49.
Booth, H.; Maindonald, J.; Smith, L., (2002). Lee-Carter under conditions of variable mortality decline, Population Studies, 56(3), pp. 325-36.
Box, G.E.; Jenkins, G.M., (1976). Time series analysis: Forecasting and control. San Francisco: Holden-Day.

¹. Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA)

². Lee and Miller, 2001

³. Booth et al., 2002

⁴. Bongaarts, 2005

- Deaton, A.; Pakson, C.P., (2004). Mortality, income, and income inequality over time in the Britain and the United States. Technical Report 8534 National Bureau of Economic Research Cambridge, MA.
- Grosi, F.; King, G., (2007). Understanding the Lee-Carter mortality forecasting method, Technical Report, Rand Corporation.
- Keyfitz, N., (1985). Applied mathematical demography, New York: Springer-Verlag, 2nd ed.
- Lee, R.D., (2000). The Lee–Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. North American Actuarial Journal, 1(4), pp. 80–91.
- Lee, R.D.; Carter, L.R., (1992). Modeling and forecasting US mortality. Journal of the American Statistical Association, 419(87), pp.659–75.
- Lee R.; Miller, T., (2001). Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality. Demography, 38(4), pp. 537-49.
- Li, N.; Lee, R., (2002). Using the Lee-Carter method to forecast mortality for populations with limited data. Research for this paper was funded by a grant from NIA, R37-AG11761.
- Tabeau, E., (2001). A review of demographic forecasting models for mortality. In E. Tabeau, A. Van Den Berg Jeths & C. Heathcote (Eds.), Forecasting mortality in developed countries: Insights from a statistical, demographic and epidemiological perspective, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. pp. 1-32.
- Wilmoth, J.R., (2002). Methods protocol for the human mortality database. <<http://www.mortality.org/Public/Docs/Methods Protocol.pdf>> [Accessed 2013/06/03].